FASSICULE: COURS DE MATHEMATIQUES DE LA SECONDE L_0

PROGRAMME :

CHAPITRE 1 :CALCUL DANS$\mathbb{R}$

PLAN :

I) CALCULS SUR LES QUOTIENTS:
1) Règles de calculs :
a) Quotient de deux réels :
b) Propriétés :
c) Application :
2) IDENTITES REMARQUABLES:
a) Rappels :
Exemples
b) Autres identités remarquables :
c) Application :
II) PUISSANCE D'UN REEL :
1) Définition :
Exemples :
2) Propriétés :
3) Application :
III) CALCULS SUR LES RADICAUX :
1) Définition :
Exemples :
2) Propriétés :
Remarque :
3) Application :
IV) INTERVALLES DANS $\mathbb{R}$:
1) Définition :
2) Présentation des différents types d'intervalles :
a) Intervalles bornés :
Exemples :
b) Intervalles non bornés :
3) Intersection et réunion de deux intervalles :
a) Intersection de deux intervalles :
Définition et Exemples :
b) Réunion de deux intervalles :
Définition et Exemples :
V) VALEUR ABSOLUE :
1) Définition et Exemples :
2) Propriétés permettant de résoudre les équations et les inéquations du $1^{ère}$degré :
Exemples :
Remarque :

CHAPITRE 1 : CALCUL DANS $\mathbb{R}$

I) CALCULS SUR LES UOTIENTS :

1) Règles de calcul :

a) Quotient de deux réels :

Soit a un réel et b un réel non nul ($b \neq 0$) ; $\frac{a}{b}$est appelé **quotient** de a par b (**ou fraction**).

Remarque : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

b) Propriétés :

Soit a , c et e des réels quelconques et b , d et f des réels non nuls ($b \neq 0$, $d \neq 0$, $f \neq 0$) :

* $a = \frac{a}{1}$;$\frac{b}{b} = 1$;$\frac{0}{b} = 0$;$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}(pour\ a \neq 0)$.

* $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$;$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$.

* $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$;$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$; $e \times \frac{a}{b} = \frac{e \times a}{b}$.

* $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$; $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$ $(pour\ c \neq 0)$

* $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$; $\frac{a}{d} + \frac{e}{d} = \frac{a+e}{d}$.

* $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$; $\frac{a}{b} + c = \frac{a}{b} + \frac{c}{1} = \frac{a \times 1 + b \times c}{b \times 1}$; $e + \frac{c}{d} = \frac{e}{1} + \frac{c}{d} = \frac{e \times d + 1 \times c}{1 \times d}$.

* $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{a \times d \times f + c \times b \times f + e \times b \times d}{b \times d \times f}$.

*$\frac{ab}{bb} = \frac{a}{b}$.

*Nullité d'un quotient : $\frac{a}{b} = 0$ équivaut à$a = 0\ et\ b \neq 0$.

*Egalité de deux quotients : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à$a \times d = b \times c$.

c)Application :(un exercice de la série d'exercices)

Exprimer sous forme de quotient(ou fraction) irréductible :

Résolution :

2) Identités remarquables :

a) Rappels :

Quelques soient les réels a et b ($a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$), on a :

*$(a+b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$; * $(a-b)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$

* $(a-b)(a+b) = (a+b)(a-b) = (a)^2 - (b)^2$

Exemples :

b) Autres identités remarquables :

Quelques soient les réels a et b ($a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$), on a :

- la forme développée de $(a+b)^3$ et de $(a-b)^3$

* $(a+b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$;

*$(a-b)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$;

- la forme factorisée de $(a)^3 + (b)^3$ et de $(a)^3 - (b)^3$
* $(a)^3 + (b)^3 = (a+b)[(a)^2 - ab + (b)^2]$; * $(a)^3 - (b)^3 = (a-b)[(a)^2 + ab + (b)^2]$.

c) Applications : (un exercice de la série d'exercices)

Résolution :

II) PUISSANCE D'UN REEL:

1) Définition :

Quel que soit le réel non nul a ($a \neq 0$) et quel que soit l'entier relatif m ($m \in \mathbb{Z}$).
On note a^met on lit « a puissance m ou$a$ exposant m ».
Si $m \geq 2$, alors $a^m = a \times a \times a \times \ldots\ldots . \times a$: on a m facteurs de a.

Exemples :

*$7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7$; * $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2)$; $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$.

Remarques :

*Si $m = 1$, alors $a^m = a^1 = a$. Exemples :
* si $m = 0$, alors $a^m = a^0 = 1$. Exemples :
*Si $m < -1$, alors $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$. Exemples :
*Si $m \geq 1$, alors$0^m = 0$. Exemples
*Si $m = 0$, alors 0^0 n'existe pas.
*Si $m < -1$, alors 0^m n'existe pas. Exemples : 0^{-3} ; 0^{-5} ; 0^{-10} n'existent pas.

2) Propriétés :

Quelques soient les réels non nuls a et b ($a \neq 0$; $b \neq 0$) et quelques soient les entiers relatifs non nuls m et n ($m \neq 0$; $n \neq 0$), on a :
* $a^m \times a^n = a^{m+n}$; * $(a \times b)^n = a^n \times b^n$; *$(a^m)^n = a^{m \times n}$;

* $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; * $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$; * $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

3) Application : (un exercice de la série d'exercices)

Résolution :

III) CALCULS SUR LES RADICAUX:

1) Définition :

Soit a un réel positif ou nul ($a \geq 0$).On appelle **racine carrée** de$a$, notée $\sqrt{a}$; le réel positif ou nul dont le carré est égale à a : $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemples :

*$(\sqrt{7})^2 = 7$; $(\sqrt{15})^2 = 15$

Attention !! On n'écrit pas la racine carrée d'un nombre négatif : Par exemples
* $\sqrt{-3}$ n'existe pas ; $\sqrt{-16}$ n'existe pas.

2) Propriétés :

Soient a et b deux réels strictement positifs ($a > 0$; $b > 0$) et soit n un entier naturel, on a :
* $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$; * $(\sqrt{a})^2 = a$; * $\sqrt{a^2} = |a|$; *$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$
* $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
*Pour a , b , c et d des réels tels que a et b soient positifs ou nuls ($a \geq 0$; $b \geq 0$), on a :
$d\sqrt{a} + c\sqrt{a} = (d+c)\sqrt{a}$;
$d\sqrt{a} + c\sqrt{b}$cet' écriture est inchangeable ;

$(c\sqrt{a})^2 = (c)^2 \times (\sqrt{a})^2$.
*$(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ est l'expression conjuguée de $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$;
$(c - \sqrt{b})$ est l'expression conjuguée de $(c + \sqrt{b})$.

Remarque :

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$en général

Par exemple : $\begin{cases} \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

3) Application : (on choit un exercice de la série d'exercices)

Résolution :

IV) INTERVALLES DANS $\mathbb{R}$:

1) Définition :

L'ensemble des abscisses des points d'une **droite graduée** est appelé ensemble des nombres réels, que l'on note $\mathbb{R}$: $-\infty$ 0 $+\infty$

2)Présentation des différents types d'intervalles :

Soient a , b et x des réels tels que $a < b$.

* Intervalles bornés :

Intervalles	Encadrements	Représentations sur une droite graduée
$x \in [a; b]$	$a \leq x \leq b$	$[\ ab]$
$x \in [a; b[$	$a \leq x < b$	$[ab[$
$x \in]a; b]$	$a < x \leq b$	$]\ ab]$
$x \in]a; b[$	$a < x < b$	$]ab[$

Exemples :

* Intervalles non bornés :

Intervalles	Encadrements	Représentations sur une droite graduée
$x \in [a; +\infty[$	$x \geq a$	$[a + \infty$
$x \in]a; +\infty[$	$x > a$	$]a - \infty$
$x \in]-\infty; b]$	$x \leq b$	$-\infty b]$
$x \in]-\infty; b[$	$x < b$	$-\infty b[$

Les intervalles $[a;b[$ et $]a;b]$ sont appelés *intervalles semi-ouverts*.

□L'intervalle $]a;b[$ est appelé *intervalle ouvert*.

□$+\infty$et $-\infty$ne sont pas de nombres : ce sont des *symboles*. Du côté de ces deux symboles, qui se lisent *"plus l'infini"* et *"moins l'infini"*, le crochet de l'intervalle est toujours ouvert.

□L'ensemble□des nombres réels se note également $]-\infty;+\infty[$.

Exemples :

Remarques :
Soit a un réel.
* $[a; a] = \{a\}$ on lit " singleton a" est un intervalle. Exemples: $[8; 8] = \{8\}$ et $[-3; -3] = \{-3\}$
* $[a; a[=]a; a] = \emptyset$. Exemples : $[21; 21[= \emptyset$ et $]-7; -7] = \emptyset$

3) Intersection et réunion de deux intervalles :

a) Intersection de deux intervalles :

Définition : L'intersection de deux intervalles I et J, est l'ensemble des réels appartenant à I et à J.
On la note $I \cap J$ et on lit « I inter J ».
Exemples :

b) Réunion de deux intervalles :

Définition : La réunion de deux intervalles I et J, est l'ensemble des réels appartenant à I ou bien à J.
On la note $I \cup J$ et on lit « I union J ».
Exemples :

V)VALEUR ABSOLUE:

1) Définition :

On appelle **valeur absolue** du réel$A$, le réel positif noté $|A|$, définie ainsi :
*Si A est strictement positif ($A > 0$) alors $|A| = A$;
*Si A est strictement négatif ($A < 0$) alors $|A| = -(A)$;
*Si A est égale à zéro ($A = 0$) alors $|A| = |0| = 0$.
Exemples :

2) Propriétés permettant de résoudre les équations et inéquations du 1èredegré :

Soient A et B deux réels quelconques ou deux expressions et α un réel positif :
*première propriété,P_1 : $|A| = |B|$ si et seulement si $A = B$ ou $A = -(B)$;
Exemples :
*deuxième propriété, P_2 : $|A| = \alpha$ si et seulement si $A = \alpha$ ou $A = -\alpha$;
Exemples :
*troisième propriété, P_3 : $|A| \leq \alpha$ si et seulement si $-\alpha \leq A \leq \alpha$;
Exemples :
*quatrième propriété, P_4 : $|A| < \alpha$ si et seulement si $-\alpha < A < \alpha$;
Exemples :
*cinquième propriété, P_5 : $|A| \geq \alpha$ si et seulement si $A \geq \alpha$ ou $A \leq -\alpha$;
Exemples :
*sixième propriété, P_6 : $|A| > \alpha$ si et seulement si $A > \alpha$ ou $A < -\alpha$;
Exemples :

Remarques :

Soit A un réel quelconque ou une expression et α un réel négatif ($\alpha < 0$) :

*$|A| = \alpha$ est impossible car la valeur absolue est toujours positive. Exemples :

*$|A| < \alpha$ est impossible. Exemples :

*$|A| > \alpha$ est toujours vraie. Exemples :

*$|A| \geq 0$ équivaut à $\begin{cases} |A| > 0 \; toujours \; vraie \\ ou \\ |A| = 0 \; \leftrightarrow A = 0 \end{cases}$. Exemples :

SERIE D'EXERCICES :

EXERCICE1 : Ecrire les réels suivants sous formes de fractions irréductibles :

$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{3}}{-\frac{7}{2} + \frac{1}{6}} \times \frac{1}{-3 + \frac{2}{5}}$; $B = \frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$; $C = (3 + \frac{4}{5})(\frac{1}{5} - 4)$; $D = (\frac{2}{3} - 1) \times \frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} + \frac{1}{5}}$; $E = \frac{3 + \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} - 2} \times \frac{2}{\frac{1}{3} + 3}$; $F = \frac{\frac{1}{4} + 3}{\frac{3}{5}} \times \frac{7}{3}$;

$G = \frac{5}{2} - \frac{1}{\frac{2}{3}}$; $H = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{5}{4}} - \frac{7}{15}$; $I = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - 1}{\frac{3}{4}}$; $J = (5 - \frac{3}{2})(\frac{3}{4} + \frac{-5}{4})$; $K = \left(\frac{5}{3} + 1\right) : (\frac{4}{3} - \frac{1}{4})$; $L = \left(3 - \frac{2}{3}\right) + (-\frac{3}{2} + 3)$

EXERCICE2 : 1) Développer et réduire les expressions données :

$A = (-5x - 4)(2x^2 + x - 3) + (2x - 3)^3$; $B = (1 + x)^3 - (2\sqrt{5} - 3x)(2\sqrt{5} + 3x)$;

$C = (2x - 1)(x - 2)^3$; $D = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$;

$E = (-2x + 3)^2 - 2x(2x^2 - 5x + 3)$; $F = (x - 2)^2(-2x^2 + x + 1)$

2) Factoriser au mieux :

$F = 4x^2 + 20x + 25 - 9(4x^2 - 25)$; $G = 27 - 8x^3$;

$H = 4(x - 3)^2 - (3x + 1)^2$; $I = x^3 - 8 + 2(x - 2)^2$

EXERCICE3 : Exprimer sous forme de fractions irréductibles :

$A = \frac{(-3)^2 \times (5)^3 \times (10)^2}{2^3 \times (6)^3 \times (5 \times 2^{-3})^2}$; $B = \frac{(-6)^2 \times (7^{-2})^3 \times (9)^4}{(3^5) \times (-5)^4 \times (-4)^2}$; $C = \frac{(-12)^3 \times (-6)^{-3}}{(-9)^3 \times (-3)^5}$;

$D = (\frac{-27}{15})^2 \times (\frac{(-3)^2}{5})$; $E = (-3)^4 \times (-3)^5 \times \frac{(-3)^4}{(-3)^6} \times [(-3)^{-2}]^{-1}$;

$F = \frac{(-2)^5 \times (-5^8) \times (-9^3)}{(-6)^4 \times (30)^5}$; $G = (-2)^2 \times (-5) \times \frac{(-3)^3}{5}$; $H = (\frac{-2}{3} + 2) \times \frac{3}{2}$

EXERCICE 4: simplifier l'écriture des réels suivants :

$A = 7\sqrt{20} - 11\sqrt{45} + 3\sqrt{80}$; $B = 2\sqrt{18} - 5\sqrt{8} + 4\sqrt{50}$; $C = 2\sqrt{27} - \sqrt{75} + 8\sqrt{12}$;

$D = 2\sqrt{20} - 5\sqrt{45} + 6\sqrt{5} - 2\sqrt{180}$; $E = (\sqrt{3} - 5)^2 + (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{3}(5\sqrt{3} - 1)$

$F = (\sqrt{2} - 4)^2 + 5\sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) - (7\sqrt{2} + 1)(7\sqrt{2} - 1)$; $G = \frac{-3\sqrt{5}}{2\sqrt{15}}$; $H = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$;

$I = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-1} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+1}$; $J = \frac{(\sqrt{3}-2)^2}{\sqrt{7}} \times \frac{7+4\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$; $K = \frac{2}{1-\sqrt{3}} + \frac{1}{1+\sqrt{3}}$;

$$L = \sqrt{\frac{16}{28}} - \sqrt{\frac{125}{49}} - \sqrt{\frac{25}{7}}$$

EXERCICE5 :

1) Traduire les inégalités suivantes sous formes d'intervalles :

a) $2 < x \leq 4$; b) $-3 \leq x < 21$; c) $x \leq -5$; d) $x \geq -3$; e) $-4 < x < 25$; f) $x < 0$;

g) $0 \leq x \leq 5$; h) $-1 < x \leq 15$; i) $x < 3$; j) $3x \geq 9$; k) $-2x < 8$

2) Traduire les intervalles suivants sous formes d'inégalités :

a) $x \in]-2; 5[$; b) $x \in]-\infty; 5]$; c) $x \in [-3; 10]$; d) $x \in [-2; +\infty[$; e) $x \in]11; 20[$;

f) $x \in [0; +\infty[$; g) $x \in]-\infty; 5]$

3) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$ dans chacun des cas suivants :

a) $A = [-3; 10] et B = [5; 7]$; b) $A =]-\infty; 0] et B = [0; +\infty[$;

c) $A = [2; +\infty[\ et \ B =]-5; 2[$; d) $A = [2; 11[\ et \ B =]-\infty; 0[$;

e) $A =]4; 7] \ et \ B =]-\infty; 5]$; f) $A =]-\infty; -3] \ et \ B = [-3; +\infty[$

EXERCICE6 : Résoudre dans IR les équations et les inéquations suivantes :

a) $|5-x|-|-x+7|=0$; b) $|2x+3|+7=0$; c) $|8x-1|=5$; d) $|-x+3|\leq 4$;

e) $|-5x+6|+8\geq 0$; f) $|2x+5|>7$; g) $|-3x-2|<-9$; h) $|-2x+1|-5\geq 0$;

i) $|3x-5|<4$; j) $|-3x+2|=|4x+6|$; k) $|-2x+3|-|3x-5|=0$;

FIN CHAPITRE 1:

Bon courage. A apprendre avec joie, sérénité et sérieux.

CHAPITRE2 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DU SECOND DEGRE

I) EQUATIONS DU SECOND DEGRE :

1) Définition :

Une équation du second degré à une inconnue x est une équation pouvant se ramener à la forme : $ax^2+bx+c=0$ où a est un réel non nul ($a\neq 0$), b et c des réels quelconques.

Exemples et Contres exemples :

Remarque : L'expression ax^2+bx+c avec $a\neq 0$ est appelée **trinôme du second degré**.

Exemples :

2) Méthodes de résolutions :

a) Equation du type $ax^2+bx=0$ où $a\neq 0$ et $b\neq 0$:

Pour résoudre une équation du type $ax^2+bx=0$ où $a\neq 0$ et $b\neq 0$; on peut procéder comme suit :$ax^2+bx=0 \leftrightarrow x(ax+b)=0 \leftrightarrow x=0 \;\; ou \;\; ax+b=0$

$$\leftrightarrow x=0 \;\; ou \;\; ax=-b \leftrightarrow x=0 \;\; ou \;\; x=\frac{-b}{a}$$

$S=\left\{0;\frac{-b}{a}\right\}$ (si $0<\frac{-b}{a}$)ou$S=\left\{\frac{-b}{a};0\right\}$ (si $\frac{-b}{a}<0$).

Exemples :

b) Equation du type$ax^2+c=0$ où $a\neq 0$ et $c\neq 0$:

Pour résoudre une équation du type $ax^2+c=0$ où $a\neq 0$ et $c\neq 0$; on peut procéder comme suit : $ax^2+c=0 \leftrightarrow ax^2=-c \leftrightarrow x^2=\frac{-c}{a}$ deux cas se présentent :

1èrecas : si $\frac{-c}{a}>0$ ($\frac{-c}{a}$ est du signe positif) alors $x^2=\frac{-c}{a} \leftrightarrow x=\sqrt{\frac{-c}{a}}$ $ou x=-\sqrt{\frac{-c}{a}}$ et donc l'ensemble solution Sest $S=\left\{-\sqrt{\frac{-c}{a}};\sqrt{\frac{-c}{a}}\right\}$.

2èmecas : si $\frac{-c}{a}<0$ ($\frac{-c}{a}$ est du signe négatif) alors $x^2=\frac{-c}{a}$ est impossible car un carré n'est jamais négatif et donc l'ensemble solution S est $S=\emptyset$.

Exemples :

c) Cas général : équation du type$ax^2+bx+c=0$ où $a\neq 0$:

●Forme canonique du trinôme du second degré ax^2+bx+c où $a\neq 0$:

La forme canonique du trinôme du second degré ax^2+bx+c où $a\neq 0$ est :

$ax^2+bx+c=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4(a)^2}\right]$où$\Delta=(b)^2-4(a)(c)$ et est appelé discriminant du trinôme.

Exemples :

●Forme factorisée d'un trinôme du second degré$ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$:

Pour trouver la forme factorisée d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$; on calcule d'abord son discriminant $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$.

Pour cela l'un des trois cas peut se présenter :

1^er^cas :$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) > 0$ (Δ est du signe positif « + ») :

Si $\Delta > 0$ alors la forme factorisée du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ est : $a(x - x_1)(x - x_2)$où $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2(a)}$ et $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2(a)}$.

Autrement dit : si $\Delta > 0$alors $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Exemples :

2^ème^cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) = 0$ (Δ est nul, $\Delta = 0$) :

Si $\Delta = 0$ alors la forme factorisée du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$ est :$a(x - x_0)^2$où $x_0 = x_1 = x_2 = \frac{-b}{2(a)}$.

Autrement dit : si$\Delta = 0$ alors $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$.

Exemples :

3^ème^cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) < 0$ (Δ est du signe négatif « $-$ ») :

Si $\Delta < 0$ alors le trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$où $a \neq 0$ n'a pas de forme factorisée.

Exemples :

3) Résolution de l'équation du type$ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$:

Pour résoudre une équations du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$; on calcule d'abord son discriminant $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$ du trinôme du second degré$ax^2 + bx + c$.

Pour cela on distinguera trois cas.

1^er^cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) > 0$ (Δ est du signe positif « + ») :

Si $\Delta > 0$ alors l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$ admet deux solutions (ou deux racines) distinctes (différentes) que sont :$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2(a)}$$et x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2(a)}$ et donc l'ensemble solution S est $S = \{x_1 \, ; \, x_2\}$ ($si x_1 < x_2$)ou $S = \{x_2 \, ; \, x_1\}$ ($si x_2 < x_1$).

Exemples :

2^ème^cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) = 0$ (Δ est nul, $\Delta = 0$) :

Si $\Delta = 0$ alors l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$ admet une solution (ou racine) double $x_0 = x_1 = x_2 = \frac{-b}{2(a)}$ et donc l'ensemble solution Sest $S = \{x_0\}$.

Exemples :

3^ème^cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) < 0$ (Δ est du signe négatif « $-$») :

Si $\Delta < 0$ alors l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$ n'admet pas de solution

(ou racine) et donc l'ensemble solution Sest $S = \emptyset$.

Exemples :

4) Somme et Produit des racines :

a) Propriété 1 :

Si l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$ admet deux racines x_1 et x_2 alors leur somme $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ et leur produit $P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

<u>Exemples :</u>

b) <u>Propriété 2:</u>

Si deux réels x et y ont pour somme $S = x + y$ et pour produit $P = xy$; alors x et y sont solution de l'équation du second degré : $X^2 - SX + P = 0$.

Autrement dit, si on a :$\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$ ou bien $\begin{cases} xy = P \\ x + y = S \end{cases}$ alors x et y sont solutions de l'équation du second degré : $X^2 - SX + P = 0$.

<u>Exemples :</u>

II) <u>INEQUATIONS DU SECOND DEGRE :</u>

1) <u>Définition :</u>

Une inéquation du second degré à une inconnue x est une inéquation pouvant se ramener à la forme

$ax^2 + bx + c * 0$où $\neq 0$, b et c des réels quelconques et $*$ désigne les inégalités : $\leq$; $\geq$; $<$; $>$.

<u>Exemples :</u>

2) <u>Signe d'un trinôme du second degré :</u>

Le signe d'un trinôme du second degré $T(x) = ax^2 + bx + c$où $a \neq 0$, dépend de son discriminant

$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$ et de $a \neq 0$.

Pour cela on distinguera trois cas.

<u>1er cas :</u> $\Delta > 0$

Si $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) > 0$ (Δ est du signe positif « + »), alors le trinôme du second degré $T(x) = ax^2 + bx + c$où $a \neq 0$, admet deux racines x_1 et x_2 avec

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2(a)} et x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2(a)}$.

*Supposons que $x_1 < x_2$

x	$-\infty x_1 x_2 + \infty$		
$ax^2 + bx + c$	signe de a	signe contraire de a	signe de a

*Supposons que $x_2 < x_1$

x	$-\infty x_2 x_1 + \infty$		
$ax^2 + bx + c$	signe de a	signe contraire de a	signe de a

<u>Exemples :</u>

<u>2ème cas :</u> $\Delta = 0$

Si $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) = 0$ (Δ est nul), alors le trinôme du second degré $T(x) = ax^2 + bx + c$où $a \neq 0$, admet une racine double x_0 avec $x_0 = \frac{-b}{2(a)}$.

x	$-\infty x_0 + \infty$	
$ax^2 + bx + c$	signe de a	signe de a

Exemples :

3ème cas : $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c) < 0$ (Δ est du signe négatif « $-$ ») :
Si $\Delta < 0$ alors le trinôme du second degré $T(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ n'admet pas de solution
(ou racine) et il est du signe de a sur tout$\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.

x	$-\infty + \infty$
$ax^2 + bx + c$	signe de a

Exemples :

3) Résolution d'une inéquation du second degré à une inconnue$x$:
Pour résoudre une inéquation du second degré à une inconnue x, il faut :
*d'abord déterminer le signe du trinôme du second degré $T(x) = ax^2 + bx + c$où $a \neq 0$, à l'aide d'un tableau de signe ;
*en suite regarder le signe qui correspond à l'inégalité ($<$; $>$; $\leq$; $\geq$) ;
*en fin donner l'ensemble solution de l'inéquation sous forme d'intervalles.

Remarques :
*Si l'inéquation est de la forme $ax^2 + bx + c \geq 0$ou $ax^2 + bx + c > 0$, alors dans le tableau de signe du trinôme $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$; c'est l'intervalle (ou les intervalles) qui a (ou ont) le signe $\ll + \gg$ qui est (ou sont) solution(s) de l'inéquation.
*Si l'inéquation est de la forme $ax^2 + bx + c \leq 0$ou $ax^2 + bx + c < 0$, alors dans le tableau de signe du trinôme $ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$; c'est l'intervalle (ou les intervalles) qui a (ou ont) le signe $\ll - \gg$ qui est (ou sont) solution(s) de l'inéquation.
Application

SERIE D'EXERCICES :
EXERCICE1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du second degré suivantes :
a) $5x^2 - 4x = 0$; $b)\ x^2 - \frac{7}{2} = 0$; $c)\ 2x^2 + 3x - 2 = 0$;

$$d)\ x^2 - 7x + 12 = 0\ ;\ e)\ 3x^2 - 2x + 1 = 0\ ;\ f) - 3x^2 + 4x - 1 = 0\ ;\ g) - 4x^2 + 7x - 1 = 0\ ; h)\ 4x^2 - 8x + 4 = 0\ ;$$

$$i)\ 9x^2 + 12x + 4 = 0\ ;\ j)\ 25x^2 - 30x + 9 = 0\ ; k)\ x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0\ ;$$

$$l)\ x^2 + (2\sqrt{2})x - 2 = 0\ ;\ m)\ (\sqrt{3})x^2 + 2x + 2\sqrt{3} = 0\ ;$$

$$n)\ x^2 + \left(\sqrt{3} + 2\right)x + \sqrt{3}\ ;\ o)\ 3x^2 + 6x - 4 = 0\ ;\ p)\ \frac{2}{3}x^2 + 4x - 3 = 0\ ;$$

$$q)\ 5x^2+8=0\ ;\quad r)\ \frac{5}{3}x^2-\frac{3}{2}x=0\ ;\quad s)-(3\sqrt{2})x^2+(\sqrt{3})x=0.$$

<u>EXERCICE2:</u> Déterminer la forme canonique de chacun des trinômes du 2nde degré suivants :
$f(x)=5x^2+8x$; $g(x)=4x^2-12x+9$; $h(x)=3x^2-5x+7$; $l(x)=-2x^2+4x+9$; $m(x)=3x^2-(2\sqrt{3})x+1$; $n(x)=-5x^2+7$;
$p(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}$; $q)-\frac{3}{2}x^2+\frac{7}{5}$.

<u>EXERCICE3 :</u> Déterminer la forme factorisée des trinômes du 2ndedegré suivants :

$$T_0(x)=x^2-4x+3\ ;\quad T_1(x)=5x^2-7\ ;\quad T_2(x)=-2x^2+9x-4\ ;$$
$$T_3(x)=\frac{5}{4}x^2+\frac{3}{2}x\ ;\quad T_4(x)=36x^2-24x+4\ ;\quad T_5(x)=3x^2-7x+9\ ;$$
$$T_6(x)=-3x^2+8x-4\ ;\quad T_7(x)=(\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+1\ ;$$
$T_8(x)=x^2-(2+\sqrt{5})x+2\sqrt{5}$.

<u>EXERCICE4 :</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$$a)\begin{cases}x+y=3\\ xy=-4\end{cases}\ ;\quad b)\begin{cases}xy=2\\ x+y=6\end{cases}\ ;\quad c)\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}\\ xy=10\end{cases}\ ;$$
$$d)\begin{cases}x^2+y^2=10\\ xy=3\end{cases}\ ;\ e)\begin{cases}xy=-5\\ x^2+y^2=15\end{cases}\quad ;f)\begin{cases}x+y=7\\ xy=10\end{cases}$$

<u>EXERCICE5 :</u> On considère le trinôme du 2ndedegré $T(x)=3x^2+6x-9$.
Sans calculer ses racines x_1 et x_2 ; déterminer :

$$A=x_1+x_2\ ;\ B=x_1x_2\ ;\ C=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\ ;\ D={x_1}^2+{x_2}^2\ \ et\ \ E={x_1}^3+{x_2}^3$$

<u>EXERCICE6 :</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a)\ 3x^2-4x<0\ ;\ b)-5x^2+7x\geq 0\ ;c)\ 2x^2+3x+1>0\ ;$$
$$d)\ 2x^2-4x+1\leq 0\ ;e)\ x^2-4x+1<0\ ;$$
$$f)-x^2+3x-11\geq 0\ ;g)\ (x+1)^2+3(x^2-1)<0\ ;$$
$h)-x^2+6x-1\geq 0$; $i)\ \frac{1}{3}x^2-2x+1<0$; $j)\ 3x^2+2x-5\geq 0$.

<u>FIN CHAPITRE 2:</u>

Bon courage. A apprendre avec joie, sérénité et sérieux.

<u>CHAPITRE 3</u> : SYSTEME D'EQUATIONS OU D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES

I) <u>SYSTEME D'EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES:</u>

1) <u>Définition :</u>

On appelle système d'équations du premier degré à deux inconnues $x\ et\ y$ tout système se ramenant à : $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ (système de deux équations)où $a; b; c; a'; b'et\ c'$ sont des nombres réels tels que $(a;b)\neq(0;0)\ et\ (a';b')\neq(0;0)$

ou $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \\ a''x+b''y=c'' \end{cases}$ (système de trois équations) où $a; b; c; a'; b'; c'; a''; b'' et\ c''$ sont des nombres réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$; $(a'; b') \neq (0; 0)\ et\ (a''; b'') \neq (0\ ; 0)$.

<u>Exemples :</u>

2) <u>Existence de solutions :</u>

Soit le système de deux équations du premier degré à deux inconnues $x\ et\ y$ suivant :

(S): $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$,où $(a; b) \neq (0; 0)\ et\ (a'; b') \neq (0; 0)$.

Pour savoir si ce système (S) admet une solution ou pas, on calcule:

- d'abord le déterminant principale Δ :

$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = (a)(b') - (a')(b)$;

- ensuit le déterminant relatif à x (Δx) et le déterminant relatif à y (Δy) :

$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = (c)(b') - (b')(c)et\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = (a)(c') - (a')(c)$;

- en fin, on discute sur les valeurs trouvées et pour cela on peut rencontrer un des trois cas suivants :

*si $\Delta = 0\ et\ \Delta x = \Delta y = 0$, alors le système (S) admet une infinité de solutions.

*si $\Delta = 0$; $\Delta x \neq 0\ et\ \Delta y \neq 0$, alors le système (S) n'admet pas de solutions.

*si $\Delta \neq 0$; quel que soit Δx et quel que soit Δy, alors le système (S) admet un couple $(x; y)$ solution

(où $(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$), on lit $(x; y)$ appartient à « $\mathbb{R}\ croix \mathbb{R}$ ».

<u>Exemples :</u>

3) <u>Les méthodes pour résoudre un système :</u>

a) <u>Méthode d'addition :</u>

La méthode d'addition consiste à **multiplier**l'une ou les deux équations par un **coefficient** ou des **coefficients** de telle sorte qu'en additionnant **membre** à **membre** les deux équations, on **élimine une inconnue.**

<u>Exemples :</u>

b) <u>Méthode de substitution :</u>

La méthode de substitution, consiste à **isoler l'une des inconnues** (au choix) dans l'une des équations puis **remplacer cette inconnue par son expression** dans l'autre équation.

<u>Exemples :</u>

c) <u>Méthode graphique :</u>

La méthode graphique, consiste à **écrire chaque équation du système sous la forme réduite**: « $y = ax + b$ » ; à tracer les droites dans un repère orthogonal $(o;\ \vec{\imath}\ ; \vec{\jmath})$ et à lire, si elles existent les coordonnées du **point d'intersection des deux droites**.

<u>Exemples :</u>

4) <u>Méthode de CRAMER :</u>

a) <u>Définition :</u>

Soit le système de deux équations du premier degré à deux inconnues $x\ et\ y$ suivant :

(S):$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$,où $(a; b) \neq (0; 0)$ et $(a'; b') \neq (0; 0)$.

*Le réel$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = (a)(b') - (a')(b)$ est appelé déterminant principal du système.

*Le réel$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = (c)(b') - (c')(b)$, est appelé déterminant relatif à x.

* Le réel $\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = (a)(c') - (a')(c)$, est appelé déterminant relatif à y.

b) <u>Comment un système par la méthode de CRAMER</u> ?

Pour résoudre un système d'équations du premier degré à deux inconnues x et y par la méthode de CRAMER, on peut procéder comme suit :

-d'abord, voir si le système est sous la forme : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, si non le ramené à cette forme.

-ensuit, on calcule le déterminant principal Δ et le déterminant relatif à x et à y : Δxet Δy.

-en fin, on regarde les valeurs des déterminants trouvées pour donner la solution du système.

Pour ce qui est de la solution, on peut rencontrer un des trois cas suivants :

*si $\Delta \neq 0$; quel que soit Δx et quel que soit Δy, alors le système admet un couple $(x; y)$ solution avec

$x = \frac{\Delta x}{\Delta}ety = \frac{\Delta y}{\Delta}$ donc l'ensemble solution $S = \left\{\left(\frac{\Delta x}{\Delta}; \frac{\Delta y}{\Delta}\right)\right\}$;

*si $\Delta = \Delta x = \Delta y = 0$, alors le système admet une infinité de solutions :

$S = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / ax + by = c\}$;

*si $\Delta = 0$; $\Delta x \neq 0$; $\Delta y \neq 0$, alors le système n'admet pas de solutions : $S = \emptyset$.

<u>Exemples :</u>

Systèmes d'équations linéaires

1/ Généralités

a) Définition

On appelle **système de deux équations linéaires à deux inconnues** tout système qui peut se mettre sous la forme : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ où a, b, c, a', b', c' sont des réels donnés.
Une **solution** d'un tel système est un **couple** $(x\,;\,y)$ tels que $(x\,;\,y)$ soit solution de chacune des deux équations.
Résoudre un système c'est déterminer tous les couples solutions du système.

Exemple :
$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$ est un système linéaire. Le couple (4 ; 1) est une solution de ce système.

b) Interprétation graphique

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Soit le système (S) $\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases}$ où a et b d'une part, a' et b' d'autre part ne sont pas simultanément nuls.
Les équations (1) et (2) du système sont les équations de deux droites (D_1) et (D_2).

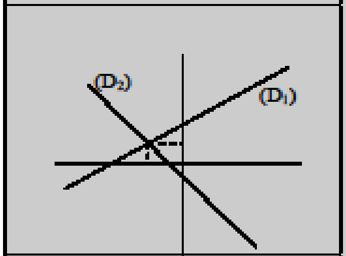
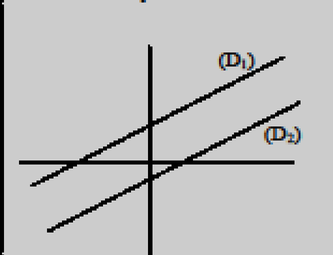
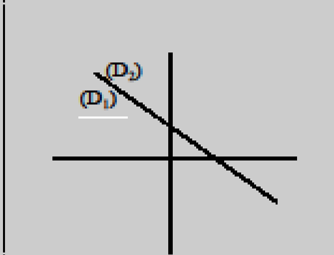
Dire qu'un couple (x, y) est solution du système (S) revient donc à dire que le point M de coordonnées $(x\,;\,y)$ est un point d'intersection des deux droites.

2/ Résolution des systèmes

Soit (S) le système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

On appelle **déterminant** de (S) le nombre réel noté det(S) défini par **det(S)** = $ab' - a'b$.

Le tableau ci-dessous regroupe les cas possibles :

det(S) ≠ 0	det(S) = 0	
Les droites (D_1) et (D_2) sont **sécantes**.	Les droites (D_1) et (D_2) sont **strictement parallèles**.	Les droites (D_1) et (D_2) sont **confondues**.
		
Le système (S) admet une **unique solution**.	Le système (S) **n'a pas de solution**.	Le système (S) admet une **infinité de solutions**.

5) Comment résoudre un problème ?
Pour résoudre un problème, on peut procéder comme suit :

-d'abord, faire le choix des inconnues ;
-ensuit, traduire les énoncés du problème à des équations du premier degré à deux inconnues ;
-en outre, former un système d'équations à partir des deux équations trouvées ;
-en fin résoudre ce système par la méthode de votre choix, si la méthode n'est pas indiquée.
Exemples : Problèmes :

II) SYSTEME D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES :

1) Définition :

*Inéquation du premier degré à deux inconnues :

On appelle inéquation du premier degré à deux inconnues x et y toute inéquation qui peut se ramener sous la forme :
$ax + by + c \leq 0$ $(ou\ > 0\ ou \geq 0\ ou\ < 0)$.

Exemples :

*Système d'inéquations du premier degré à deux inconnues :

On appelle système de deux ou trois inéquations du premier degré à deux inconnues x et y, tout système se ramenant à :

$$\begin{cases} ax + by + c \leq 0\ (ou\ > 0\ ou\ \geq 0\ ou\ < 0) \\ a'x + b'y + c' < 0\ (ou\ \geq 0\ ou\ < 0\ ou\ \leq 0) \end{cases}$$ ou bien

$$\begin{cases} ax + by + c > 0\ (ou\ \geq 0\ ou\ < 0\ ou \leq 0) \\ a'x + b'y + c' \geq 0\ (ou\ < 0\ ou\ \leq 0\ ou\ > 0) \\ a''x + b''y + c'' < 0\ (ou\ \geq 0\ ou\ > 0\ ou\ \leq 0) \end{cases}$$

Exemples :

2) Région du plan :

Propriétés :

Toute droite (Δ) d'équation : $ax + by + c = 0$ divise le plan en deux demi-plans ouverts :
-pour tout point $M(x; y)$ de l'un des demi-plans, on a :$ax + by + c > 0$;
-pour tout point $M(x; y)$ de l'autre demi-plan, on a :$ax + by + c < 0$.

Exemple :

Construire la droite (Δ) d'équation : $2x + y - 4 = 0$ dans un repère orthogonal(O, I, J).

3) Comment résoudre une inéquation ?

Pour résoudre une inéquation du premier degré à deux inconnues $x\ et\ y$, on peut procéder comme suit :
*on trace la droite (D) ou (Δ) d'équation : $ax + by + c = 0$ dans un repère orthogonal (O, I, J).
*on détermine le demi-plan solution en choisissant un point de coordonnées $(x; y)$ qui n'est pas sur la droite tracée et on teste l'inéquation :$ax + by + c \leq 0\ (ou\ > 0\ ou\ \geq 0\ ou\ < 0)$ par les cordonnées de ce point. Et pour cela, on peut rencontrer un des deux cas :
-si l'inéquation est vérifiée, alors les solutions sont les couples $(x; y)$ coordonnées des points situés dans ce demi-plan ;
-si l'inéquation n'est pas vérifiée, alors les solutions sont les couples $(x; y)$ coordonnées des points situés dans l'autre demi-plan.
<u>Exemples :</u>

4) <u>Comment résoudre un système d'inéquations ?</u>

Résoudre un système d'inéquations revient à déterminer l'ensemble des points de coordonnées $(x; y)$ qui vérifient à la fois les deux ou bien les trois inéquations du système. Autrement dit, résoudre un système d'inéquations c'est déterminer le demi-plan solution ou bien une partie qui est solution du système.
<u>Exemples :</u>

<u>NB :</u>
*Tout nombre réel négatif est toujours plus petit que nombre réel zéro :
$-5 < 0\ \ vraie$; $-2 \leq 0\ vraie$; $-7 \geq 0\ fausse$; $-20000 > 0\ fausse$;
*Tout nombre réel positif est toujours plus grand que nombre réel zéro :
$2 \geq 0\ vraie$; $1 > 0\ vraie$; $14 \leq 0\ fausse$; $\sqrt{2} < 0\ fausse$.

SERIE D'EXERCICES :

<u>EXERCICE1 :</u> Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode indiquée :

$$a)\begin{cases} x - y = \dfrac{3}{4} \\ 5x + 2y = 3 \end{cases};\ b)\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 2y = 3 \end{cases};\ c)\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = -4 \end{cases};\ \ d)\begin{cases} 3x - y + 2 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases};$$

$$e)\begin{cases} 2y + x = 5 \\ -y + 7 = 4 \end{cases};f)\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases};\ \ g)\begin{cases} x + y = 3 \\ -y + 4 = x - 2 \end{cases};\ h)\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases};$$

$$i)\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x - y = 8 \end{cases};\ j)\begin{cases} -4x + y = 2 \\ 3x - y = -4 \end{cases};\ k)\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases};l)\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases};$$

$$m)\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 7 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 8 \end{cases};\ n)\begin{cases} \dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{5} = 5 \\ \dfrac{2x}{3} - \dfrac{y}{2} = 8 \end{cases};o)\begin{cases} \dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{4}y = 11 \\ x + 2y = 11 \end{cases};\ \ p)\begin{cases} x\sqrt{2} - 5y\sqrt{3} = 17 \\ x\sqrt{6} + y = \sqrt{3} \end{cases};$$

$$q)\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + 5y - 13 = 0 \\ -3x + 2y + 5 = 0 \end{cases};r)\begin{cases} -x + y - 3 = 0 \\ -2x + 2y + 1 = 0 \\ 3x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

1) méthode de substitution : $a)$; $b)$; $c)\ et\ d)$
2) méthode d'addition : $e)$; $f)$; $g)$; $h)$; $q)\ et\ r)$

3) méthode graphique : $i)$; $j)$; $k)$ et $l)$
4) méthode de CRAMER : $m)$; $n)$; $o)$; $p)$; $q)$ et $r)$.

EXERCICE2 : Le périmètre d'un rectangle est $220m$. Sa la largeur a $100m$ de moins que sa longueur. Quelles sont ses dimensions ?

EXERCICE3 : Une salle de théâtre compte 400 places. Les « parterres » sont à $1500F$ et les « balcons » à $1200F$. La recette quand la salle est pleine est $534000F$. Combien y-a-t-il de « parterres » et de « balcons » ?

EXERCICE4 : Une boite contient 10 billles. Les unes sont rouges et les autres bleues. On ajoute 3 billes et 2 billes rouges. Il y a alors deux fois plus de billes bleues que de billes rouges. Combien y-a-t-il de billes de chaque couleur dans la boite ?

EXERCICE4 : Résoudre graphiquement chacun des systèmes suivants :

$a)\begin{cases}2x-y+3\leq 0\\ y-2x+1\leq 0\end{cases}$; $b)\begin{cases}2x+3y\geq 0\\ x-2y+1<0\end{cases}$; $c)\begin{cases}x-y+3\leq 0\\ 2x+y-1\leq 0\end{cases}$; $d)\begin{cases}4x+y-5>0\\ 2x+y+1<0\end{cases}$;

$e)\begin{cases}x-y+3\leq 0\\ 2x+y-1\leq 0\end{cases}$; $f)\begin{cases}x+y-2<0\\ x+2y<-2\end{cases}$; $g)\begin{cases}y<3\\ x>-2\\ y>2x-1\end{cases}$; $h)\begin{cases}x>0\\ x\geq 0\\ y>-x+3{,}5\end{cases}$

EXERCICE5 : Un collectionneur veut acheter, pour remplir un rayon de sa bibliothèque, des livres de $4cm$ d'épaisseur et des livres de $5cm$ d'épaisseur.
Il souhaite avoir au moins 7 livres de la première sorte, au moins 8 livres de la deuxième sorte et la longueur du rayon ainsi constituée soit strictement comprise entre $60cm$ et $80cm$.
1) Traduire ces données par un système d'inéquation.
2) Déterminer tous les couples d'entiers répondant aux exigences précisées ci-dessus.

FIN CHAPITRE 3:

Bon courage. A apprendre avec joie, sérénité et sérieux.

CHAPITRE 4: STATISTIQUE

INTRODUCTION :
Les tableaux statistiques et les graphiques sont importants, mais ne suffissent pas pour analyser des données. On leur associe souvent des paramètres permettant de réduire les données observés et d'affirmer l'analyse.
Ces paramètres résument les données observées, qui sont souvent en grand nombre. Il existe plusieurs types de paramètres selon la nature de la série à étudier.
Les paramètres étudiés au programme sont les paramètres de position et les paramètres de dispersion.

Rappel : vocabulaire des séries statistiques :
La**population** est l'ensemble sur lequel porte l'observation : on étudie un caractère bien précisé sur les individus de cette population : on collecte et on dépouille des données.
La **série statistique** est la liste des valeurs (ou modalités) prise par le caractère.
Le caractère est **quantitatif**s'il est mesurable : il prend des valeurs numériques.
Exemples : la taille, le poids et la vitesse.
Le caractère est **qualitatif** s'il n'est pas mesurable. Exemples : le sexe, la douleur et la peur.

*Un caractère quantitatif est **discrète** lorsqu'il ne prend que quelques valeurs isolées.
Exemple : A la composition de mathématiques les élèves d'une classe de seconde ont obtenu les notes regroupées dans le tableau statistique suivant :

notes	4	6	8	10	12	14	16	18
effectifs	6	5	3	4	5	4	3	2

*Un caractère quantitatif est **continu**lorsqu'il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle.
Exemple :Après le premier devoir du second semestre le prof de maths a regroupé les notes dans le tableau statistique suivant :

classes	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 20[
effectifs	7	6	5	3	4	5	4	5

I) LES PARAMETRES DE POSITION :

1) Le mode :

a) Définition :

*Dans le cas d'une série qualitative, ou quantitative discrète, le **mode** est la modalité du caractère qui a le plus grand effectif. C'est aussi la valeur la plus fréquente, celle qui revient le plus souvent.
*Dans le cas d'une série regroupée en classes, la **classe modale** est la classe ayant le plus grand effectif uniquement lorsque les classes sont d'égale amplitude.
Exemple 1 :nombre de cylindres de 80 véhicules du parc :

cylindre X_i	4	5	6	7	11	12
effectif n_i	10	25	12	20	5	8

Ici le mode est : le caractère 5, car c'est le caractère 5 qui a l'effectif le plus grand.
Exemple 2 :vétusté des 80 véhicules précédents :

nombre d'années	[0 ; 0,5[	[0,5 ; 1[	[1 ; 1,5[	[1,5 ; 2[	[2 ; 2,5[
effectif n_i	32	21	12	9	6

Ici la classe modale est : la classe [0 ; 0,5[, car c'est cette classe qui a le plus grand effectif.

Remarque :
Dans le cas d'une série regroupée en classe, si ces classes n'ont pas la même amplitude alors la classe modale est celle dont la hauteur dans l'histogramme est la plus élevée.
Exemple : On considère le tableau statistique suivant :

classes	[0 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 8[
effectif n_i	20	11	14	21
amplitude a_i	2	1	2	3
hauteur h_i	10	11	7	7

NB : si on a des classes [a ; b[;
l'amplitude$a_i = b - a$;
la hauteur $h_i = \frac{n_i}{a_i}$
Dans le tableau, on voit que la classe qui a la hauteur la plus élevée est [2 ; 3[; donc la classe modale est la classe [2 ; 3[.

b) Interprétation :

Si le mode n'est pas unique, alors l'interprétation est difficile. Si toutes les modalités sont des modes, alors le mode n'existe pas : on parle de série plurimodale.

2) La médiane :

a) Définition :

Soit une série discrète, dont les valeurs observées (caractères étudiés) sont rangées dans l'ordre croissant :